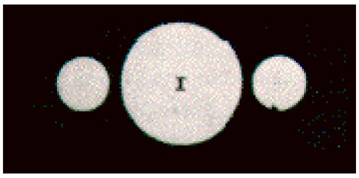
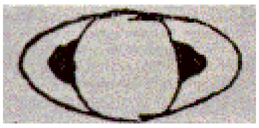
Una nueva Dinámica Rotacional de Interacciones para el planeta SATURNO

En el año 2004 se inició una nueva etapa en la investigación de Saturno. La nave Cassini-Huygens, en viaje desde 1997, llegó en junio de 2004 a las proximidades de este planeta. Aunque la investigación espacial robótica de proximidad de Saturno se inicio con las naves Pioneer 11 y las Voyager, aquello fue un primer contacto, no comparable con la información que se ha recibido en los siguientes cuatro años. Desde que en junio de 2004 Cassini llego a Saturno, se ha quedado orbitando y estudiando el planeta, al menos durante los próximos años.



Esquema de Saturno según Galileo en 1610

Saturno nos ha parecido siempre un mundo misterioso. Desde que **Galileo Galilei** descubrió en 1610 este planeta solar, su estudio ha venido acompañado de una constante perplejidad y asombro. En sus primeras visualizaciones Saturno parecía configurarse como una estrella acompañada por dos astros más débiles, era un planeta como de tres cuerpos.



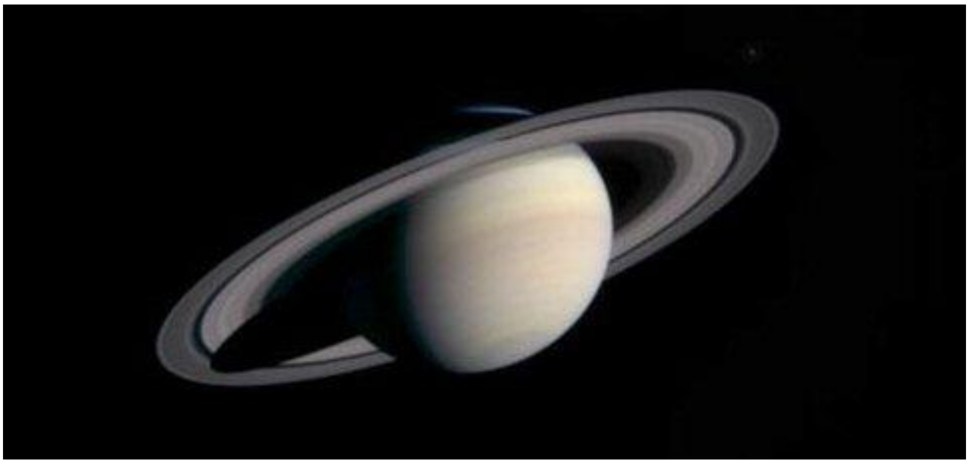
Esquema de Saturno según Galileo en 1616

Pero estos cuerpos adicionales habían desaparecido en sus observaciones posteriores de 1612, lo cual no tenía sentido ni explicación para Galileo. Hoy comprendemos que era imposible la visión de los anillos en la perspectiva de 1612. Pero en las observaciones de 1616 volvieron a aparecen unos cuerpos extraños en los costados de Saturno, que esta vez Galileo identifico como: "...*dos medias elipses, con dos pequeños triángulos oscuros…*"

Fue Christaan Huygens quien, en **1655,** propuso por primera vez que Saturno se encontraba rodeada por un anillo, que el suponía sólido: "*un delgado anillo, que nunca le toca, inclinado respecto a la eclíptica…*". Huygens descubrió también en ese año al satélite Titán.

Esquema de Huygens en 1655

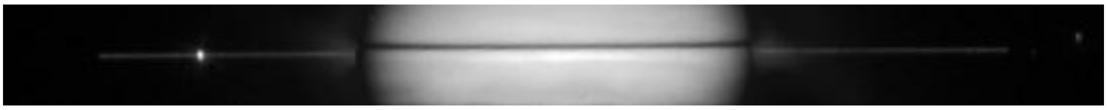
Es posible que en Saturno confluyan una serie de especiales características que, tras su estudio, nos permitan conocer mejor la dinámica de los sistemas planetarios y nos facilite la respuesta a tantas cuestiones que todavía pueden plantearse, y que todavía no tienen una resolución científica objetiva.



Saturno según la sonda Cassini-Huygens en noviembre de 2003. (Cortesía de NASA)

Es evidente que una de las incógnitas de Saturno son sus anillos, constituidos por pequeñas partículas. Los tamaños de estas partículas que forman los anillos de Saturno, van desde motas de polvo microscópicas a meteoritos del tamaño de una casa. En conjunto, constituyen material suficiente como para formar un satélite de hielo de unos cien o doscientos kilómetros de ancho, semejante a la actual luna de Saturno, Mimas.

Pero nos asombra que el espesor de estos anillos sea tan extraordinariamente delgado. Con un ancho de 250 000 Km., mantienen un espesor de sólo unas pocas decenas de metros de espesor. Un grupo de astrónomos, utilizando el Telescopio Espacial Hubble captó la siguiente imagen de costado de los anillos, en 1995, resaltando en el plano de los anillos los satélites de hielo.



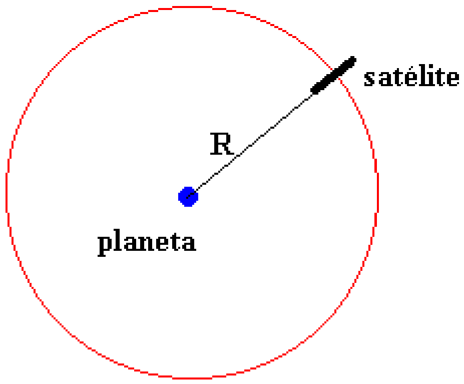
Los anillos de Saturno se encuentran en su plano ecuatorial. (Cortesía de NASA)

Esta estructura laminar es un indicio de un sistema dinámico peculiar, que todavía no hemos identificado plenamente. No obstante, e independientemente de las conjeturas que estos anillos, y su estructura nos puedan sugerir, su modelo dinámico no parece ser muy distinto al del propio sistema solar, constituido por planetas que están todos situados en la eclíptica, prácticamente en el mismo plano, y con determinados espacios interplanetarios cubiertos por asteroides, también en ese plano. Y como característica general, todos los cuerpos del sistema, en ambos casos, están dotados de momento angular, simultáneamente con su orbitación. Todas estas características no se encuentran reflejadas en nuestro modelo actual gravitacional, por lo que los avances en la investigación de los anillos de Saturno podrán ser trasladados a la dinámica de los sistemas planetarios.

Podemos tener la esperanza de que la nave Cassini pueda ayudarnos a resolver los misterios de Saturno y sus anillos, por ejemplo, los rayos, trenzas y ondas que a comienzos de los años 80, la NASA descubrió en los anillos, gracias a las imágenes tomadas por la nave Voyager II.

Según Jeff Cuzzi, Febrero 12, 2002, un científico planetario del Centro Ames de Investigaciones de la NASA. "*Algunas de las ondas tienen forma en espiral, como los brazos espirales de las galaxias…*". Estas ondas podrían parecer como suaves ondulaciones, de unos pocos kilómetros de altura y cientos de kilómetros de extensión. Completan una vuelta por los anillos cada pocos días o semanas. "*Entendemos la causa de estas ondas espirales*", añadió. En su opinión podrían ser originadas por tirones gravitacionales, o mareas, de las lunas de Saturno, las cuales tienden a modificar el momento angular de los anillos.

Otras estructuras, como rayos y rizos irregulares, todavía son un enigma para los científicos de la NASA. *Algunas pueden ser huellas de rocas espaciales que se han precipitado a través del sistema de anillos. Otras podrían haber sido producidas por pequeñas lunas aun no descubiertas, que se desplazan entre los anillos de Saturno*. (El *Directorio de Ciencias del Centro Marshall para Vuelos Espaciales de la NASA. Portal de Internet de Science@NASA y Ciencia@NASA*. Febrero 12, 2002).



Esquema de un modelo de génesis de los anillos

Como hipótesis para la creación de los anillos se han supuesto varias, por ejemplo la posible desintegración de un satélite en una órbita del planeta. En este modelo, como simplificación, puede proponerse una orbita circular en la que se equilibre, conforme a la idea propuesta por Newton, la fuerza centrifuga con la atracción gravitacional.

Imagen tomada por el Telescopio espacial Hubble en la primavera del año 2003.
(Cortesía de NASA y E. Karkoschka. University of Arizona)

En esta hipótesis, puede suponerse que, en un momento dado, y por una acción externa, el satélite se rompe en múltiples fragmentos. El sistema evolucionara con el movimiento desigual de cada uno de los fragmentos, hasta que, tras un lapso de tiempo, se dispongan formando un anillo alrededor del planeta.

Para simplificar el problema, podemos suponer que los fragmentos son masas puntuales, y su atracción mutua es despreciable frente a la atracción dominante del planeta. Aplicando los criterios de la dinámica del movimiento circular uniforme, conforme a la Mecánica Clásica, determinaremos el movimiento del centro de masas de un satélite de masa *m* en órbita circular de radio *R* alrededor del planeta de masa *M*.

Para este fin igualamos, conforme a la segunda ley de Newton, la fuerza de atracción gravitacional, con el producto de la masa por la aceleración. Al tratarse de un movimiento circular uniforme, la aceleración tendrá exclusivamente componente normal, por lo que, en coordenadas intrínsecas tendremos:

$$\frac{GMm}{R^2} = m\frac{v_c^2}{R}$$

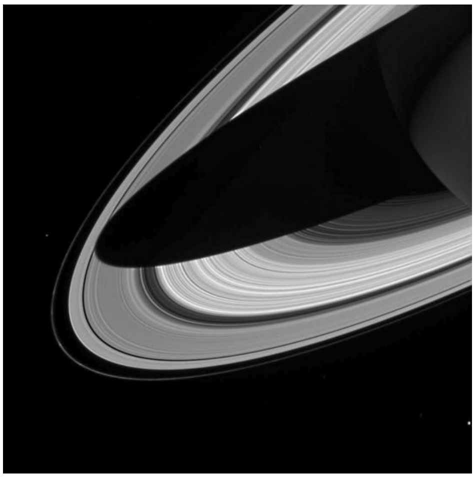


Imagen de los anillos, en la que se proyecta la sombra de Saturno tomada el 3 de julio de 2004 por la nave Cassini. (Cortesía NASA/JPL/Space Science Institute. http://saturn.jpl.nasa.gov/ y http://ciclops.org/)

En esta ecuación despejamos la velocidad lineal v_c que disponía el centro del satélite, antes de su desintegración, y la velocidad angular ω de rotación, que son respectivamente:

$$v_c = \sqrt{\frac{GM}{R}} \qquad \omega = \frac{v_c}{R} = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$$

A partir de estas ecuaciones podemos determinar la velocidad de cada fragmento, su energía y momento angular, así como el comportamiento dinámico del nuevo sistema creado tras la fragmentación del satélite. Los fragmentos resultantes podrán mantenerse describiendo órbitas alrededor del planeta, siempre que su energía total este en un umbral determinado. Como la fuerza que actúa sobre cada fragmento es central y conservativa, las magnitudes energía total *E* y momento angular *L*, se mantienen constantes a lo largo de sus nuevas trayectorias, resultando ser elipses, que son recorridas con distintos periodos, lo que da lugar a que los fragmentos se retrasen o se adelanten respecto del centro de masas del satélite original.

Este modelo es el utilizado a partir de Newton en el ámbito de la Mecánica Clásica, exige la hipótesis de un origen común para todos los fragmentos, pero no justifica determinadas cuestiones, como por ejemplo, el que esos fragmentos se encuentren en un único plano, o que, como ocurre en todos los cuerpos celestes, simultáneamente orbiten y roten sobre su eje. Para subsanar estas carencias, podría plantearse la posibilidad de utilizar otro modelo dinámico, debidamente fundado, pero que permitiera resultados equivalentes al comportamiento observado. Posiblemente con ese nuevo modelo pudiéramos obtener nuevas soluciones para las incertidumbres que todavía hoy mantenemos.

A partir de determinadas conjeturas en relación con el movimiento de los cuerpos dotados de rotación intrínseca, hemos realizado un análisis del comportamiento dinámico de los cuerpos en rotación. Como resultado de este análisis, han sido concebidas unas hipótesis en relación con el comportamiento de los cuerpos dotados de momento angular intrínseco. A partir de estas hipótesis fue diseñado un modelo dinámico alternativo.

Tanto las hipótesis de partida, como el modelo matemático alternativo han sido confirmados con una serie de experimentos dinámicos, realizándose también un modelo fisicomatemático de simulación de este comportamiento coherente con el comportamiento observado.

En base a una reinterpretación del comportamiento de los cuerpos dotados de momento angular intrínseco, cuando son sometidos a sucesivos pares de fuerzas, conforme a las hipótesis propuestas, y a las pruebas experimentales realizadas, han sido inferidas unas leyes generales de comportamiento dinámico.

Estas *Leyes de Dinámica Rotacional* se fundamentan en la imposibilidad inercial de la materia, en determinados supuestos, de modificar su estado dinámico rotacional, proponiendo el concepto de *inercia rotacional*, como una invariante de la masa. Estas leyes se conciben como una negación de la naturaleza al acoplamiento selectivo y discriminante hasta ahora reconocido, y permiten constituir una *Teoría de Interacciones dinámicas*.

Mediante la generalización del denominado "*Par giroscópico*", como un *Par de interacción dinámica,* se obtienen nuevas y sencillas ecuaciones del movimiento, para los cuerpos dotados de momento angular intrínseco, cuando son suscitados por nuevos pares no coaxiales. La sencillez de estas nuevas ecuaciones del movimiento, resultantes de la *Teoría de Interacciones dinámicas,* contrasta con los distintos y complejos formulismos utilizados hasta la fecha.

En este modelo rotacional puede plantearse que el movimiento de orbitación, de un cuerpo dotado de rotación intrínseca, no sea debido necesariamente a una fuerza central, si no que la orbitación puede ser el resultado dinámico del efecto inercial de un par no coaxial con el momento angular del cuerpo. Siendo en este caso la acción externa un par de fuerzas, la fuerza resultante sobre el centro de masas del cuerpo es cero, no obstante se produciría un acoplamiento dinámico entre el campo de velocidades de traslación lineal del cuerpo, y el campo de velocidades generado por el nuevo par no coaxial.

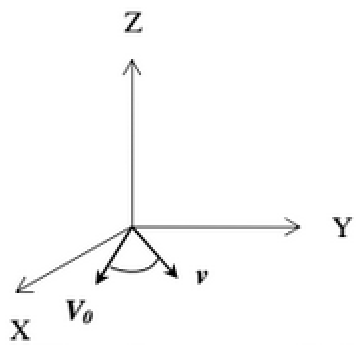
En la *Dinámica Rotacional* no newtoniana, sustentada en la *Teoría de Interacciones Dinámicas,* las ecuaciones del movimiento de un móvil en el espacio, sometido a sucesivos pares de fuerzas no coaxiales, podrán establecerse de forma sencilla mediante un operador matemático. Podemos definir el *operador matemático de rotación* **Ψ**, que actúa sobre la velocidad inicial $\vec{V}_0$, de tal forma que la velocidad de traslación en cada instante será: $\vec{v}$ **=(** $\vec{v}_x$, $\vec{v}_y$, $\vec{v}_z$) y vendrá definida por el producto matricial de la matriz diádica **Ψ** por el vector de velocidad inicial $\vec{V}_0$:

$$\vec{v} = \mathbf{\Psi} . \vec{V}_0 \quad (1)$$

El operador rotacional **Ψ** transforma el vector velocidad $\vec{V}_0$ en el vector $\vec{v}$, por medio de una rotación en el espacio.

En el supuesto de un móvil con un movimiento de rotación $\vec{\omega}$ sobre un eje principal de inercia, con momento de inercia I sobre ese eje y, por tanto, con un momento angular $\vec{L}$ y una velocidad inicial de traslación $\vec{V}_0$ de su centro de gravedad, cuando es sometido a un nuevo par $\vec{M}'$ no coaxial, modificara su trayectoria por acción de este nuevo par no coaxial, conforme a una rotación sobre un eje perpendicular al del par, por ejemplo, alrededor del eje Z, siendo el operador rotacional,**Ψ** en este caso de la forma:

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha & 0 \\ \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



El operador rotacional **Ψ** *transforma, por medio de una rotación, al vector velocidad* $\vec{V}_0$*, en el vector v, ambos situados siempre en un mismo plano, en este ejemplo en el plano XY***.**

Siendo, además α función del par actuante $\vec{M}'$, de la velocidad de rotación $\vec{\omega}$, del momento de inercia I, y por tanto, también del momento angular $\vec{L}$. En general, la trayectoria del móvil quedará definida en coordenadas intrínsecas por las sucesivas velocidades del cuerpo $\vec{v}$ **=(** $\vec{v}_x$, $\vec{v}_y$, $\vec{v}_z$), determinadas por el producto matricial del operador rotacional **Ψ**sobre el vector de velocidad inicial $\vec{V}_0$. Resulta, como ecuación general del movimiento, en escenarios no newtonianos, para los cuerpos dotados de momento angular intrínseco, cuando son sometidos a sucesivos pares de fuerza no coaxiales, la referida ecuación (1). En esta ecuación el operador rotacional **Ψ** es el tensor que transforma la velocidad inicial, en la que corresponde a cada estado dinámico sucesivo, por medio de una rotación en el espacio.

En resumen, en este modelo matemático simplificado sería posible que en el espacio, los cuerpos móviles sometidos a sucesivos pares no coaxiales, por causa de interacciones dinámicas inerciales, generarán una modificación de su trayectoria tal que, manteniéndose el momento angular inicial, por razón del segundo par, su centro de masas iniciará una desviación, describiendo una nueva trayectoria radial, sin necesidad de fuerzas centrales reales.

Por el contrario, si utilizásemos las ecuaciones de la dinámica newtoniana, el modelo se comportaría como si actuase una fuerza central. Por tanto, a efecto de las ecuaciones del movimiento, podríamos suponer que existe una *fuerza central aparente* proporcional a la distancia al eje de orbitación. Por todo ello, la ecuación que determinaría la nueva trayectoria del centro de masas, cuando el cuerpo dotado de momento angular intrínseco es sometido a un nuevo par no coaxial sería:

$$\frac{d\,p}{d\,t} = \mathbf{F_{(c)}}$$

Esta fuerza central ficticia, es equivalente a una fuerza central centrípeta, proporcional a la distancia R, que podemos definir por la ecuación:

$$\mathbf{F_{(c)} = -M\ R\ \Omega^2}$$

Conforme a lo establecido por los Teoremas generales de las fuerzas centrales, el movimiento resultante será plano, y la trayectoria se encontrará en el plano definido por el origen de la fuerza y el vector velocidad inicial V_0. En coordenadas del sistema de referencia inercial tendremos las siguientes ecuaciones diferenciales para el ejemplo referido:

$$M\ddot{x}_G = f_x = -M\, x_G\, \mathbf{\Omega^2}$$

$$M\ddot{y}_G = f_y = -M\, y_G\, \mathbf{\Omega^2}$$

$$M\ddot{z}_G = 0$$

Las integrales generales de estas ecuaciones son:

$$x = a \operatorname{Cos} (\mathbf{\Omega t - \Phi_1})$$

$$y = b \operatorname{Cos} (\mathbf{\Omega t - \Phi_2})$$

La trayectoria, en el caso general, es cerrada y elíptica, el cuerpo la recorrerá indefinidamente mientras se aplique el segundo par actuante. La trayectoria queda circunscrita al rectángulo de lados 2a y 2b. El movimiento obtenido es periódico, de periodo:

$$\mathbf{T = 2\pi / \Omega}$$

En el supuesto de que las constantes de integración sean cero, dadas las condiciones iniciales, y de que el segundo par actuante sea constante, obtendremos como resultado una trayectoria circular de radio R. En cualquier caso la trayectoria se caracteriza por mantener como velocidad lineal:

$\mathbf{V_0}$ = Velocidad inicial del cuerpo en su trayectoria previa.

Esta velocidad del móvil tendrá la dirección tangente a la trayectoria que recorre, variando su orientación con el tiempo conforme a la aceleración normal a_n de módulo:

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

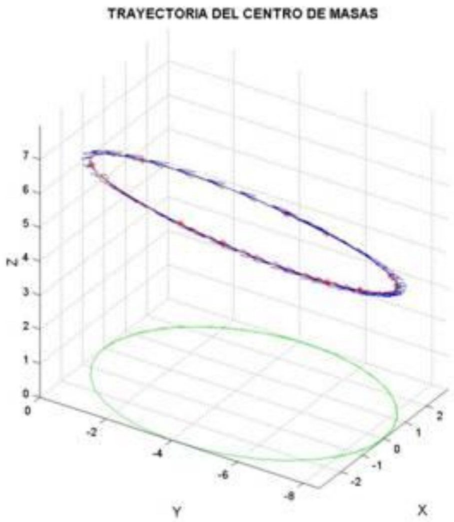
En coordenadas intrínsecas, las restantes componentes de la aceleración resultan nulas, ya que la fuerza inercial aparente es siempre perpendicular a la velocidad. Por tanto, el módulo de la velocidad no cambia con el tiempo, solamente cambia su dirección y por tanto, solamente existe aceleración normal. La aceleración normal a_n tiene dirección radial y sentido hacia el centro de la trayectoria que describe el móvil, será también proporcional a la velocidad de precesión Ω, y al radio de la trayectoria.

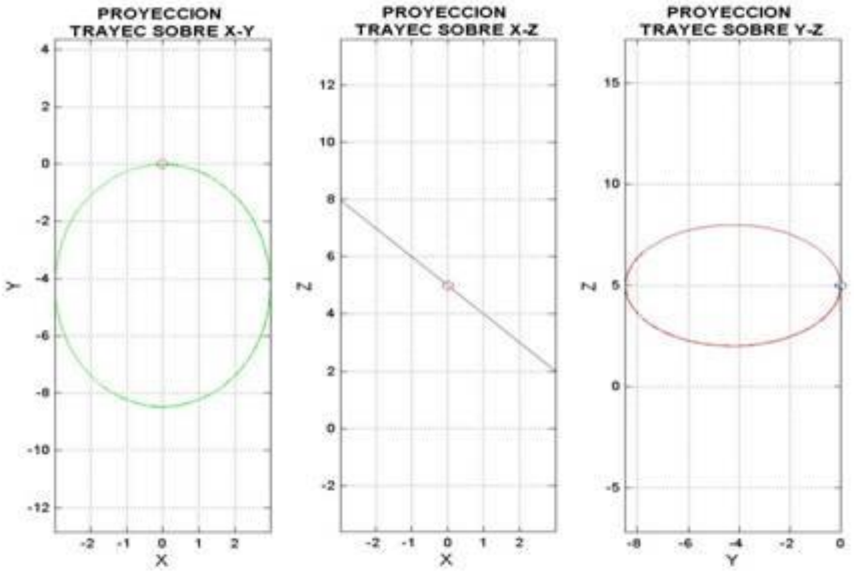
Mediante este modelo se justifica como un cuerpo puede iniciar una trayectoria elíptica o circular, sin la existencia de una verdadera fuerza central. La aplicación de un par a un cuerpo con rotación intrínseca, genera un sistema dinámico estable y constante.

Es necesario destacar como la ecuación del movimiento que resulta es equivalente a la de un punto sometido a una fuerza atractiva proporcional a la distancia, cuyo ejemplo habitual es el de un peso suspendido de un muelle en un campo gravitatorio. El movimiento resultante es periódico, de periodo T y de pulsación **Ω**. Este es el más simple de todos los movimientos periódicos, asignándole la denominación de *movimiento sinusoidal o movimiento armónico.*

Pero en nuestro análisis dinámico podemos recordar que en el supuesto de fuerzas atractivas centrales se cumple la denominada Ley de las áreas: *Las áreas barridas por los radios vectores son proporcionales al tiempo empleado en su barrido*, y también que: *La trayectoria de un punto material sometido a una fuerza central, es plana.* Como ya hemos indicado, el plano estará definido por el centro de fuerzas y el vector velocidad inicial.

No obstante, es necesario reiterar que esta fuerza central es ficticia, es el operador matemático necesario para obtener, mediante la ecuación de Newton, la verdadera trayectoria del cuerpo, al menos, en las condiciones de nuestras pruebas experimentales. El verdadero comportamiento dinámico del móvil coincide con el que hubiese tenido ante una excitación de una fuerza central proporcional al radio de la trayectoria, pero esa fuerza central es ficticia, y por lo que la verdadera representación del comportamiento dinámico que observamos, conforme a la *Teoría de Interacciones Dinámicas,* es la ecuación (1).





SIMULACIÓN MATEMATICA

Condiciones de simulación: Velocidad tangencial 5 m/s. y Par constante, perpendicular en todo momento al vector velocidad. tangencial.

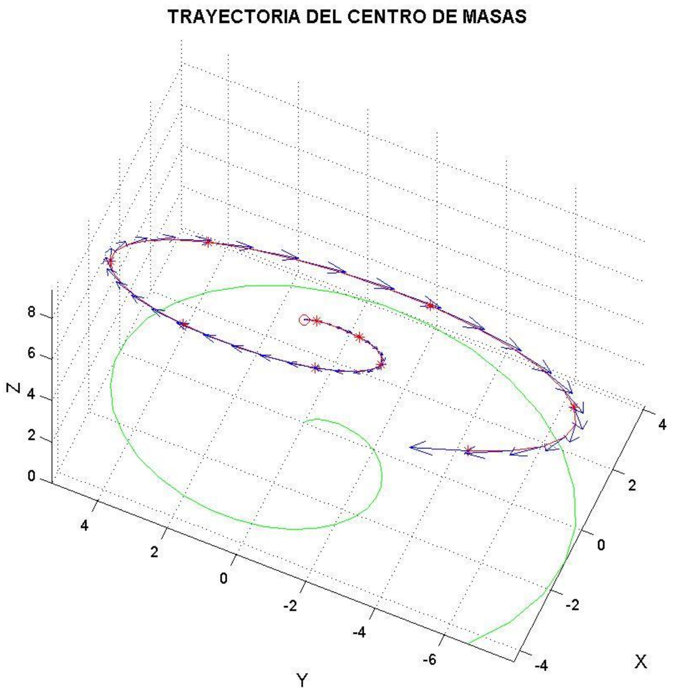
De conformidad con las hipótesis dinámicas que se sustentan, fue realizado un modelo de simulación matemática para determinar las trayectorias que se describirían conforme a la *Teoría de Interacciones Dinámicas*. Los resultados que se muestran a continuación corresponden a alguna de estas simulaciones, para el caso de **no coincidencia espacial entre el eje del momento angular del cuerpo y el del par externo actuante**.

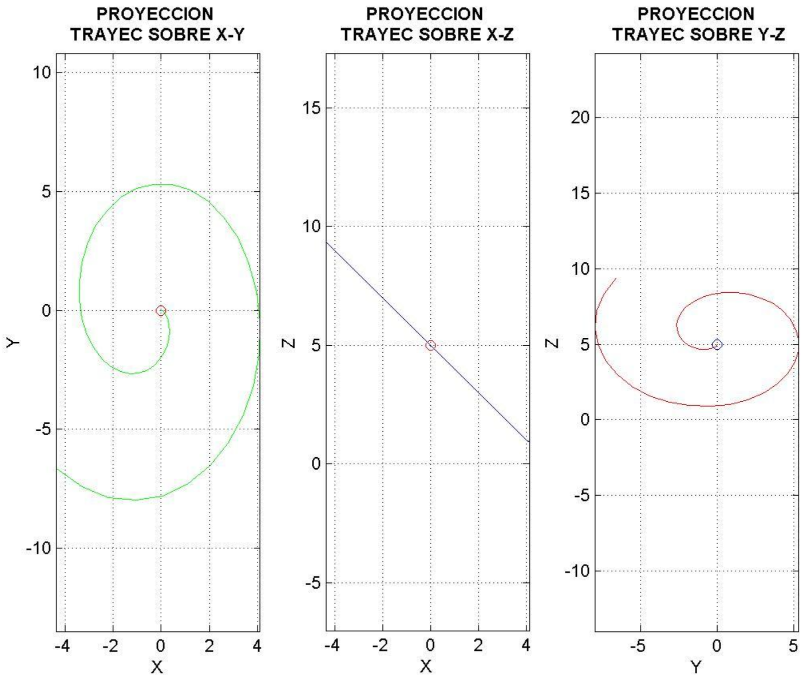
Se aprecia en el grafico una trayectoria del móvil cerrada, coherente con la formulación matemática propuesta. El par actuante podría ser un par gravitacional, o un par generado por un campo gravitacional y otro magnético simultáneamente. En estos casos se obtendría, conforme a la simulación matemática realizada, una modificación de la trayectoria del centro de gravedad del móvil sin acciones de fuerzas externas sobre el mismo.

Coincide este modelo matemático con las trayectorias reales obtenidas en nuestras pruebas experimentales. Las hipótesis dinámicas iniciales hacían coincidir el modelo matemático con el verdadero comportamiento inercial de los cuerpos.

Otro resultado del modelo matemático estudiado era el supuesto de un móvil, sometido a un par constanteperpendicular en todo momento al vector velocidad tangencial, con una velocidad tangencial variable, y no constante como en el caso anterior. En el grafico se representa la trayectoria de un móvil con una velocidad tangencial variable según la ley indicada, la trayectoria resultante no es cerrada en este caso, respondiendo a una órbita semejante a la de una espiral. Es interesante destacar que esta trayectoria podría tener cierta similitud con la apariencia de las galaxias con *brazos espirales*, o incluso con ciertas perturbaciones de los anillos de Saturno a las que antes hemos aludido. En la naturaleza, se producen comportamientos dinámicos que coinciden con estas trayectorias simuladas, y posiblemente fuese de interés el investigar con mas atención este modelo dinámico.

En base a los antecedentes referidos, y tras la observación del comportamiento de los cuerpos que giran sobre un eje con un punto de apoyo, en un campo de fuerzas, o incluso en el espacio, podemos proponer leyes que entendemos justifican mejor el comportamiento de los cuerpos de revolución dotados de rotación propia o intrínseca sobre un eje principal de su elipsoide de inercia. Generalizando estos comportamientos en el espacio, los cuerpos sólidos de revolución sometidos a sucesivos pares de fuerzas, o incluso los cuerpos dotados de momento angular intrínseco, en determinadas circunstancias, podrán comportarse conforme a determinadas leyes generales, que constituyen la *Teoría de Interacciones Dinámicas.*





SIMULACIÓN CON VELOCIDAD TANGENCIAL VARIABLE:

Condiciones de simulación:

*Velocidad tangencial variable según la ley V = 5 + 0,2*t (m/s.)*

Par constante, perpendicular en todo momento al vector veloc. tangencial.

El modelo alternativo de esta *Dinámica Rotacional de Interacciones* aplicable a los cuerpos sometidos a múltiples pares sucesivos, ha sido confirmado con estudios experimentales y con un modelo matemático que nos permite la simulación del comportamiento real de los cuerpos sometidos a estas excitaciones. Todo lo cual nos ha permitido proponer esas leyes dinámicas alternativas y específicas, y una concreta *Teoría de Interacciones Dinámicas.* El resultado de esta Teoría es una formulación matemática sencilla, que puede quedar definida en coordenadas intrínsecas, sin exigir un sistema referencial cartesiano externo. Contrasta la sencillez de las ecuaciones resultantes obtenidas, con las complejas formulaciones de la Mecánica Clásica.

La aplicación de estas hipótesis dinámicas a la astrofísica y, en concreto, a la dinámica de Saturno y de sus anillos, pudiera favorecer nuevos avances en el descubrimiento de su desconcertante comportamiento. Por ejemplo, permite justificar que los cuerpos celestes simultáneamente orbiten y roten, o que simultáneamente se encuentren todos en un mismo plano, como los anillos de Saturno, cuando están sometidos a un mismo par. Estos resultados pudieran posteriormente aplicarse a otros sistemas dinámicos, como el sistema planetario, o a otros ámbitos de la física y de la tecnología, posiblemente permitiendo nuevos y sugestivos avances en la investigación y en la innovación de una inédita *Dinámica Rotacional de Interacciones*.

GABRIEL BARCELÓ RICO-AVELLO

Altea. Agosto 2004-2007